2°/a) • $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} x^3 + 2ax + 1 = 2a + 2$.

• $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} ax^2 + 3x = a + 3$.

b) f est continue en 1 ssi $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow$

$2a + 2 = a + 3 \Leftrightarrow a = 1$.

Solution 12 :

1°/On a : pour tout x $\in \mathbb{R}$: $x^2 + x + 1 > 0$ ($\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$)

D'où : $Df_m = \mathbb{R}$

2°/P(x) = $x^2 + x + 1$

P est une fonction polynôme donc P est continue sur $\mathbb{R}$

et comme pour tout x $\in \mathbb{R}$: P(x) > 0 alors $\sqrt{P}$ est continue sur $\mathbb{R}$

Q(x) = mx

Q est une fonction polynôme alors Q est continue sur $\mathbb{R}$

On a : $f = \sqrt{P} - Q$ d'où f est continue sur $\mathbb{R}$

3°/ $\lim\limits_{+\infty} f = \lim\limits_{+\infty} \sqrt{x^2\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} - mx = \lim\limits_{+\infty} \left(x\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - mx \right)$

$= \lim\limits_{+\infty} x\left(\sqrt{\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} - m\right)$

On a : $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - m = 1 - m \end{cases}$

m	$-\infty$		1		$+\infty$
$1-m$		+	0	-	

Pour m < 1 : $\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$